

# Precauciones acerca del uso del elemento *beam* en simulaciones por el método del elemento finito

A. Ortiz-Bernardin<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> *Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, Av. Beauchef 851, Santiago 8370456, Chile.*

## RESUMEN

En este artículo se presenta la resolución numérica mediante el método del elemento finito de dos problemas de mecánica estructural, con los que se pretende precaver al diseñador de estructuras de las problemáticas que podrían resultar de modelaciones basadas en el elemento finito tipo *beam*, perjudicando innecesariamente la economía de las estructuras.

PALABRAS CLAVES: método del elemento finito, elemento *beam*, elemento *shell*, mecánica estructural, análisis estructural.

## 1. INTRODUCCIÓN

Usualmente, las simplificaciones que se realizan en las modelaciones por el método del elemento finito resultan bastante útiles. Una representación unidimensional de un problema tridimensional puede llegar a ser muy conveniente desde el punto de vista de los recursos computacionales, por lo que es aconsejable realizarla cuando sea posible. Sin embargo, las simplificaciones deben tratarse con criterio.

Durante el proceso formativo de mi experiencia en modelaciones por elementos finitos para el análisis estructural de estructuras y equipos mineros, me he encontrado con diversas situaciones en las que el tan elogiado elemento *beam*<sup>†</sup> entrega soluciones que representan muy poco la realidad física. Desafortunadamente, estas imprecisiones han ido siempre en contra de la economía de las estructuras, resultando en soluciones demasiado conservadoras. Para un fabricante de equipos industriales, la

---

\*Correspondencia a: A. Ortiz-Bernardin, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, Av. Beauchef 851, Santiago 8370456, Chile. E-mail: [aortizb@ing.uchile.cl](mailto:aortizb@ing.uchile.cl)

<sup>†</sup>En este artículo solo se considera el elemento *beam* basado en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli.

utilización del elemento *beam* en sus simulaciones podría resultar en diseños demasiado conservadores y antieconómicos.

En este artículo se presenta la resolución numérica mediante el método del elemento finito de dos sencillos pero ilustrativos problemas de mecánica estructural. El objetivo de esta exposición es precaver al diseñador de los potenciales inconvenientes que podrían resultar de una modelación basada en el elemento finito tipo *beam*, perjudicando innecesariamente la economía de las estructuras. Este artículo se compone de las siguientes secciones. En la Sección 2 se presenta una breve descripción de los problemas de mecánica estructural a resolver, lo que incluye una viga simplemente apoyada y un sistema de placas soldadas a una estructura de vigas. Los resultados numéricos se presentan, analizan y discuten en la Sección 3. Algunas conclusiones y recomendaciones cierran este artículo en la Sección 4.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LOS PROBLEMAS

A continuación se describen los dos problemas de mecánica estructural que se utilizarán en la discusión.

### 2.1. Viga simplemente apoyada

El problema a resolver es una viga simplemente apoyada, tal como muestra la Figura 1. Los datos utilizados en este problema son los siguientes:  $P = 4500$  N,  $a = 625$  mm,  $b = 1875$  mm,  $h = 200$  mm,  $t = 75$  mm. El material es lineal elástico con constantes elásticas  $E = 210000$  MPa y  $\nu = 0.3$ .

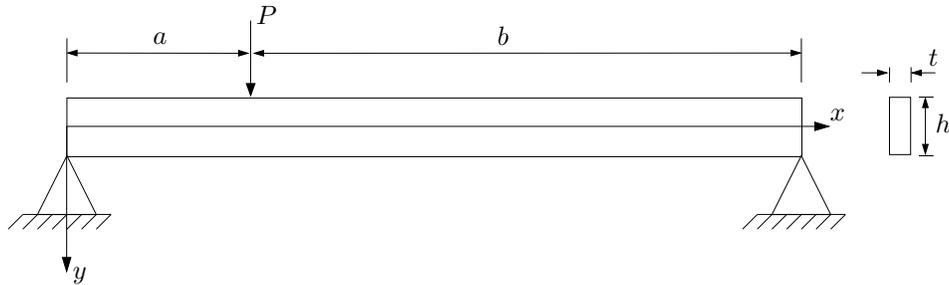


Figura 1: Viga simplemente apoyada.

### 2.2. Placas soldadas a estructura de vigas

La Figura 2 muestra dos placas que se sueldan a una estructura formada por tres vigas. Los extremos de las vigas se empotran, y sobre la estructura resultante se aplica una presión uniforme  $P$  cuya magnitud resulta de distribuir uniformemente sobre la estructura resultante una carga estática de magnitud 90000 N. Las dimensiones de las placas son: 3000 mm en la dirección axial de las vigas, 1000 mm en el ancho de

cada placa y 6 mm de espesor. Las tres vigas son idénticas y tienen las siguientes dimensiones: 205 mm de altura total, 166 mm de ancho en ambos flanges, y 12 mm de espesor en los flanges y alma. Tanto para las placas como para las vigas se utiliza un material lineal elástico definido por las constantes elásticas  $E = 210000$  MPa y  $\nu = 0.3$ . Este ejemplo representa un modelo simplificado de estructuras que se pueden encontrar en la industria tales como fondos de estanques de grandes dimensiones<sup>‡</sup> y plataformas estructurales.

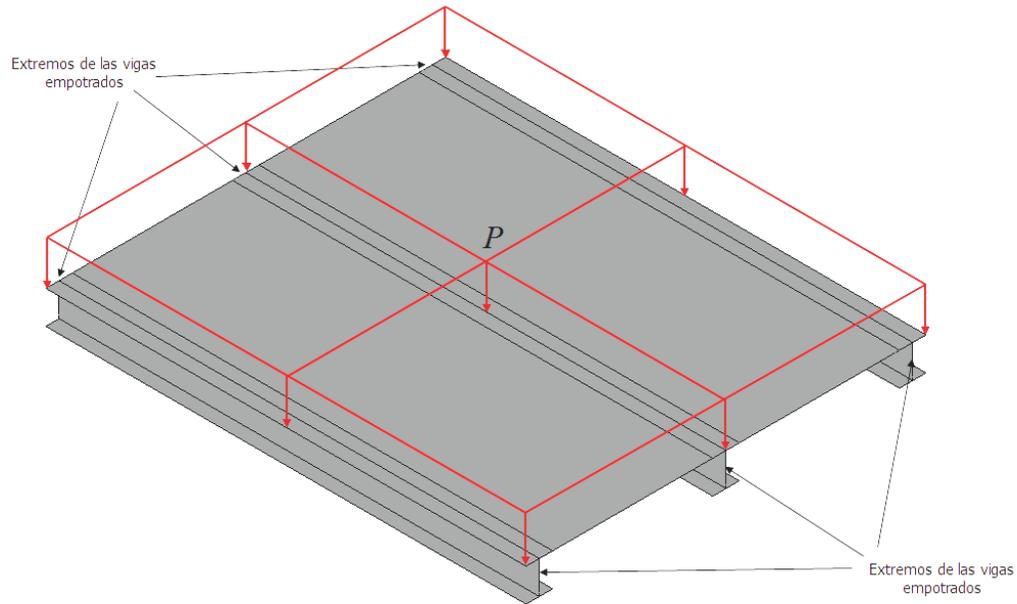


Figura 2: Placas soldadas a estructura de vigas.

### 3. RESULTADOS NUMÉRICOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Viga simplemente apoyada

3.1.1. *Solución analítica de Euler-Bernoulli* La solución analítica de Euler-Bernoulli para la deflexión máxima en la viga de la Figura 1 está dada por [1]:

$$y_{\max} = \frac{Pa^2b^2}{3EI(a+b)}. \quad (1)$$

<sup>‡</sup>En minería, los estanques de espesadores que se apoyan sobre una estructura soportante poseen sus placas de fondo soldadas a una estructura de vigas radiales, las que se soportan sobre columnas a la fundación.

Las soluciones analítica y numéricas son normalizadas por la siguiente deflexión característica:

$$y^* = \frac{P(a+b)^3}{3EI(a+b)}. \quad (2)$$

*3.1.2. Convergencia* En esta sección se estudia la convergencia de la deflexión máxima normalizada,  $y_{\text{máx}}/y^*$ , con el refinamiento sucesivo de la malla de elementos finitos. Se consideran los siguientes tipos de elemento finito: elemento *beam* de 2 nodos (B2), cuadrilátero de 4 nodos (Q4) y hexaedro de 8 nodos (H8). El elemento Q4 se emplea en sus versiones esfuerzo plano y deformación plana. Para el refinamiento sucesivo se considera el siguiente esquema: para el elemento B2, la línea que define la viga se divide en  $n$  divisiones; para el elemento Q4, el dominio bidimensional se divide en  $n$  divisiones en su largo y  $n/12$  divisiones en su altura; para el elemento H8, el dominio tridimensional se divide en  $n$  divisiones en su largo,  $n/12$  divisiones en su altura y  $n/24$  divisiones en su espesor. Todas las simulaciones se realizan en el programa ADINA [2]. A modo de ejemplo, en la Figura 3 se muestran mallados representativos utilizados en la resolución de este problema.

El primer resultado que llama la atención en la Figura 4 es el correspondiente al elemento B2. Se aprecia que la solución analítica de Euler-Bernoulli coincide con la solución numérica del elemento *beam* B2. Dada esta perfecta concordancia, es tentador dar como correcto el resultado numérico del elemento B2. Sin embargo, también se observa en la Figura 4 una perfecta concordancia entre los elementos Q4 (esfuerzo plano) y H8. Y adicionalmente se aprecia que la solución del elemento B2 es prácticamente el doble que la solución de los elementos Q4 (esfuerzo plano) y H8. Entonces, surge la legítima duda acerca de cuál es el resultado correcto. Para despejar esta duda es necesario ahondar en las condiciones de borde que representan los apoyos simples en la viga.

En la Figura 1 se aprecia que las condiciones de apoyo se encuentran en ambos extremos, sobre la parte inferior de la viga. En consecuencia, estos apoyos están desplazados desde el eje centroidal de la viga hacia abajo. Un elemento *beam* por defecto considera que los apoyos están aplicados en alguno de sus nodos, lo que significa que la condición de apoyo se aplica en su eje centroidal. Entonces, para modelar la excentricidad del apoyo correctamente en un elemento *beam*, se debe trasladar la rigidez del nodo al lugar donde se encuentra la condición de apoyo. Los programas de elementos finitos normalmente poseen alguna utilidad para este efecto. Es deber del diseñador entender este fenómeno y hacer las modificaciones pertinentes al elemento *beam*. En consecuencia, la solución del elemento B2 en su condición por defecto, no es la que mejor se aproxima a la solución real del problema.

El siguiente paso es analizar lo que sucede con las soluciones bidimensionales y la tridimensional. En el caso bidimensional tenemos dos soluciones, una para el estado de deformación plana y otra para el estado de esfuerzo plano. En una primera etapa de verificación, podemos notar que el espesor de la viga es bastante más pequeño que su altura y su largo. El estado de defomación plana supone que la

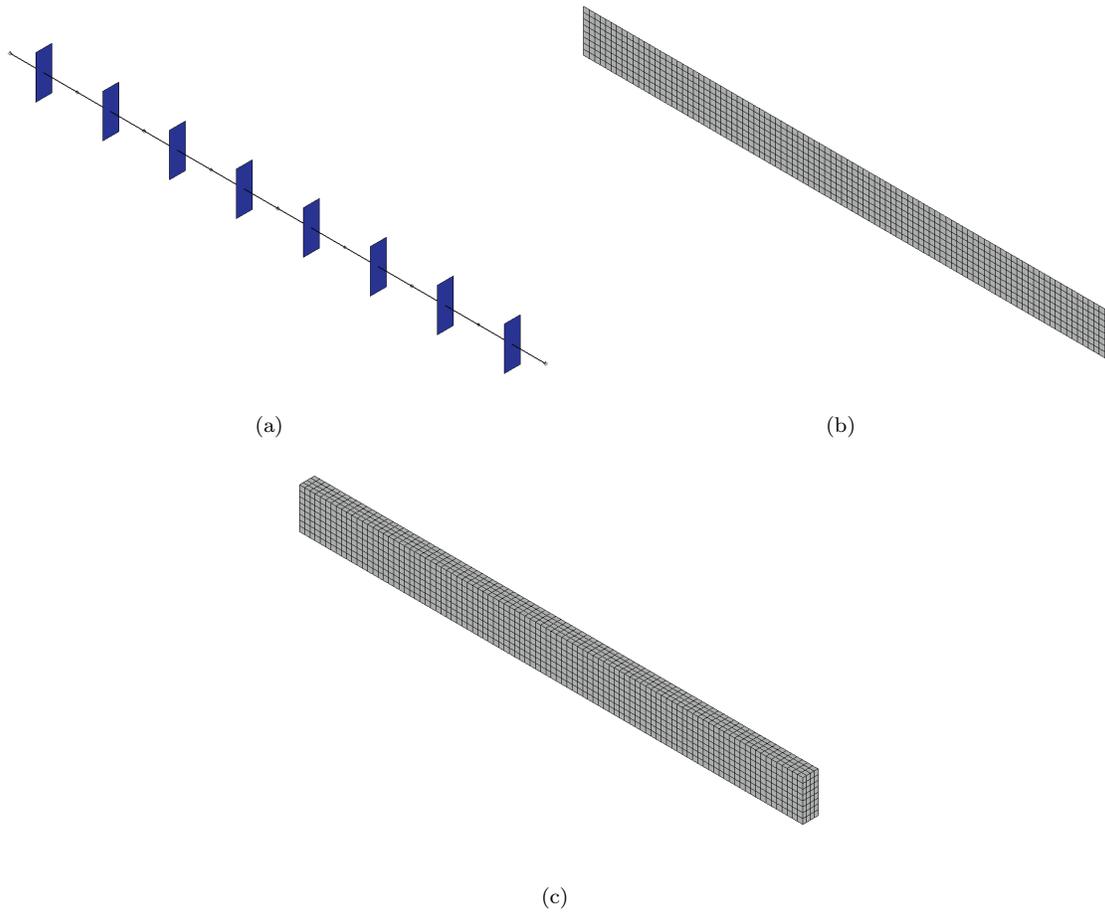


Figura 3: Mallados representativos para el problema de la viga simplemente apoyada. (a) Modelamiento unidimensional mediante elemento *beam* de 2 nodos (B2), (b) modelamiento bidimensional mediante elemento cuadrilátero de 4 nodos (Q4), y (c) modelamiento tridimensional mediante elemento hexaédrico de 8 nodos (H8).

tercera dimensión (en este caso la dirección del espesor de la viga) es muy grande comparado con las otras dos dimensiones. Esto ya indica que el estado de deformación plana no sería el más adecuado para representar la física del problema. Al observar la Figura 4 es posible verificar que, aunque la condición de borde puede ser impuesta correctamente, la solución del elemento Q4 (deformación plana) es siempre inferior a la de los elementos Q4 (esfuerzo plano) y H8. Esto no es sorpresa dado que ya habíamos advertido que el elemento Q4 (deformación plana) no sería el adecuado. Por otro lado, al igual que los elementos Q4, el elemento H8 puede representar correctamente las condiciones de borde. Finalmente, podemos concluir que las soluciones convergentes del elemento Q4 (esfuerzo plano) y elemento H8 son

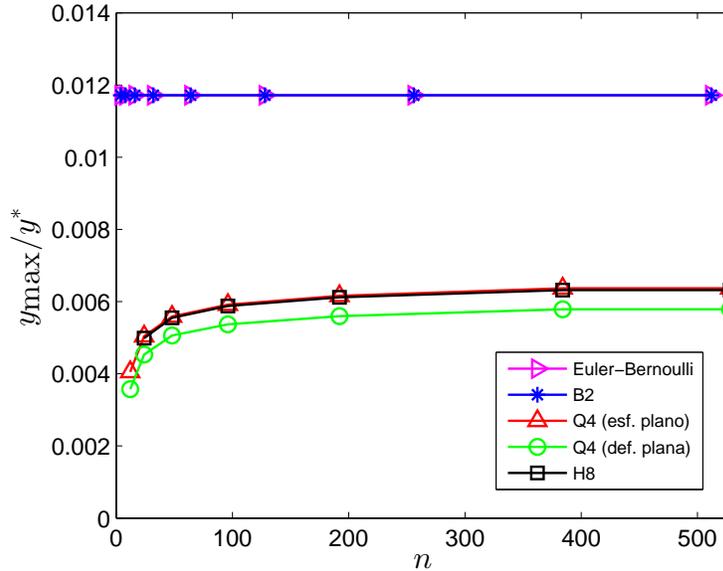


Figura 4: Convergencia de la deflexión máxima normalizada para el problema de la viga simplemente apoyada.

las que mejor representan la realidad física del problema de la viga simplemente apoyada.

### 3.2. Placas soldadas a estructura de vigas

La solución numérica del problema de placas soldadas a estructura de vigas se aborda usando elementos finitos tipo *shell* para la representación de las dos placas. En cuanto a la representación de las vigas, se consideran dos tipos de elemento finito: *shell* de 4 nodos y *beam*<sup>§</sup> de dos nodos. Dado que el elemento *beam* es un elemento basado en una línea, se debe tener presente que este elemento tendrá su eje neutro coincidente con la línea que lo origina. Para obtener una representación más adecuada de las vigas que forman la estructura de la Figura 2, se deberá desplazar el eje neutro de los elementos *beam* hacia abajo en una distancia equivalente a la altura media de las vigas. Esto último se puede conseguir mediante conexiones rígidas que relacionen el eje neutro original (que será el eje esclavo) con el eje neutro desplazado (que será el eje maestro). Dado que estas conexiones rígidas muchas veces son ignoradas en la práctica de este tipo de modelaciones, resultará ilustrativo comparar las soluciones entregadas por ambas modelaciones. En la Figura 5 se muestran las mallas utilizadas en cada una de las modelaciones

<sup>§</sup>En estricto rigor, en esta aplicación el elemento finito utilizado es el *frame*; sin embargo, el programa ADINA no hace distinción entre elementos *beam* y *frame*, utilizando en forma genérica el nombre *beam* para representar a ambos.

antes mencionadas. Para efectos de visualizar las secciones transversales de los elementos *beam*, se ha utilizado un renderizado tridimensional en las Figuras 5(a)–(b).

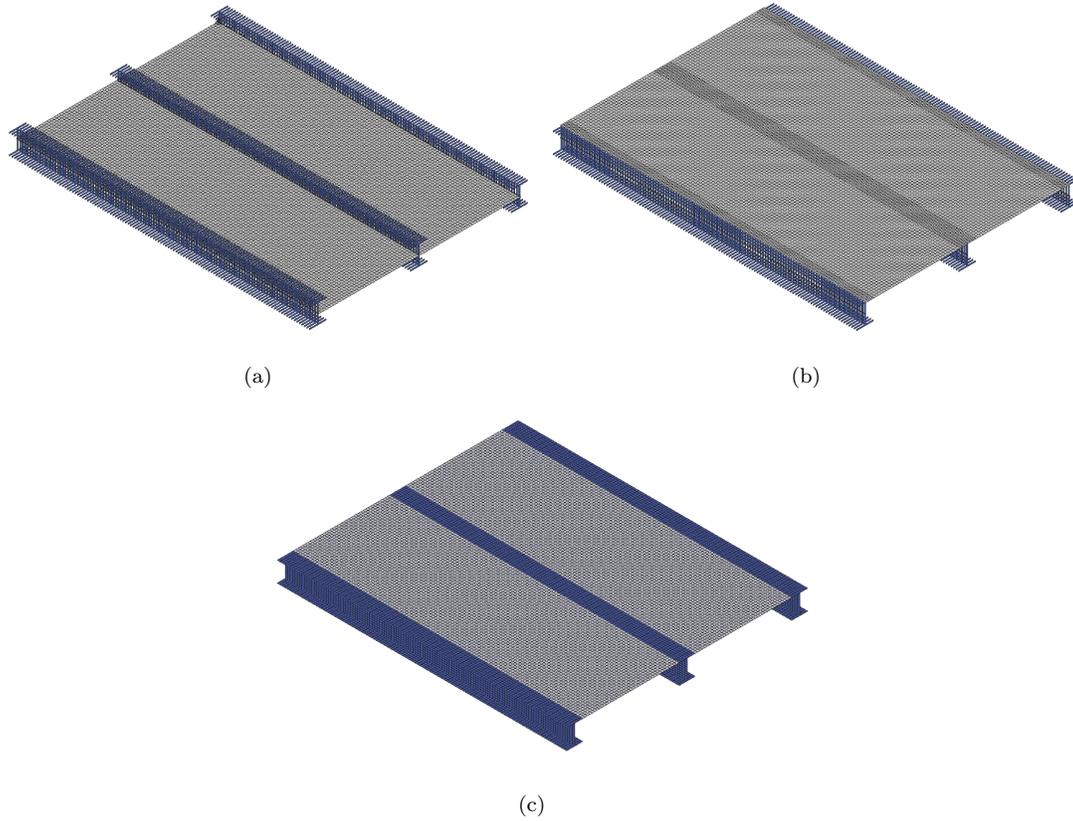


Figura 5: Mallas de elementos finitos utilizadas en el problema de placas soldadas a estructura de vigas. (a) Placas modeladas mediante elementos finitos tipo *shell* y vigas mediante elementos finitos tipo *beam* sin corrección de eje neutro, (b) placas modeladas mediante elementos finitos tipo *shell* y vigas mediante elementos finitos tipo *beam* con corrección de eje neutro mediante conexiones rígidas, y (c) placas y vigas modeladas en su totalidad mediante elementos finitos tipo *shell*.

En la Figura 6 se presenta el esfuerzo efectivo para las tres simulaciones consideradas. Los resultados muestran un elevado esfuerzo en la vecindad de la viga central para el caso del elemento *beam* sin corrección de eje neutro (Figura 6(a)). Dicho esfuerzo se concentra, pero a un nivel menor, cuando el eje neutro del elemento *beam* se corrige (Figura 6(b)). Finalmente, cuando la modelación de las vigas se realiza tridimensionalmente con elementos tipo *shell*, el esfuerzo a lo largo de la viga se alivia notoriamente (Figura 6(c)).

Si se comparan los esfuerzos de las tres modelaciones entre sí, podemos observar que el esfuerzo en aquella donde las vigas han sido modeladas tridimensionalmente con elementos tipo *shell* representa

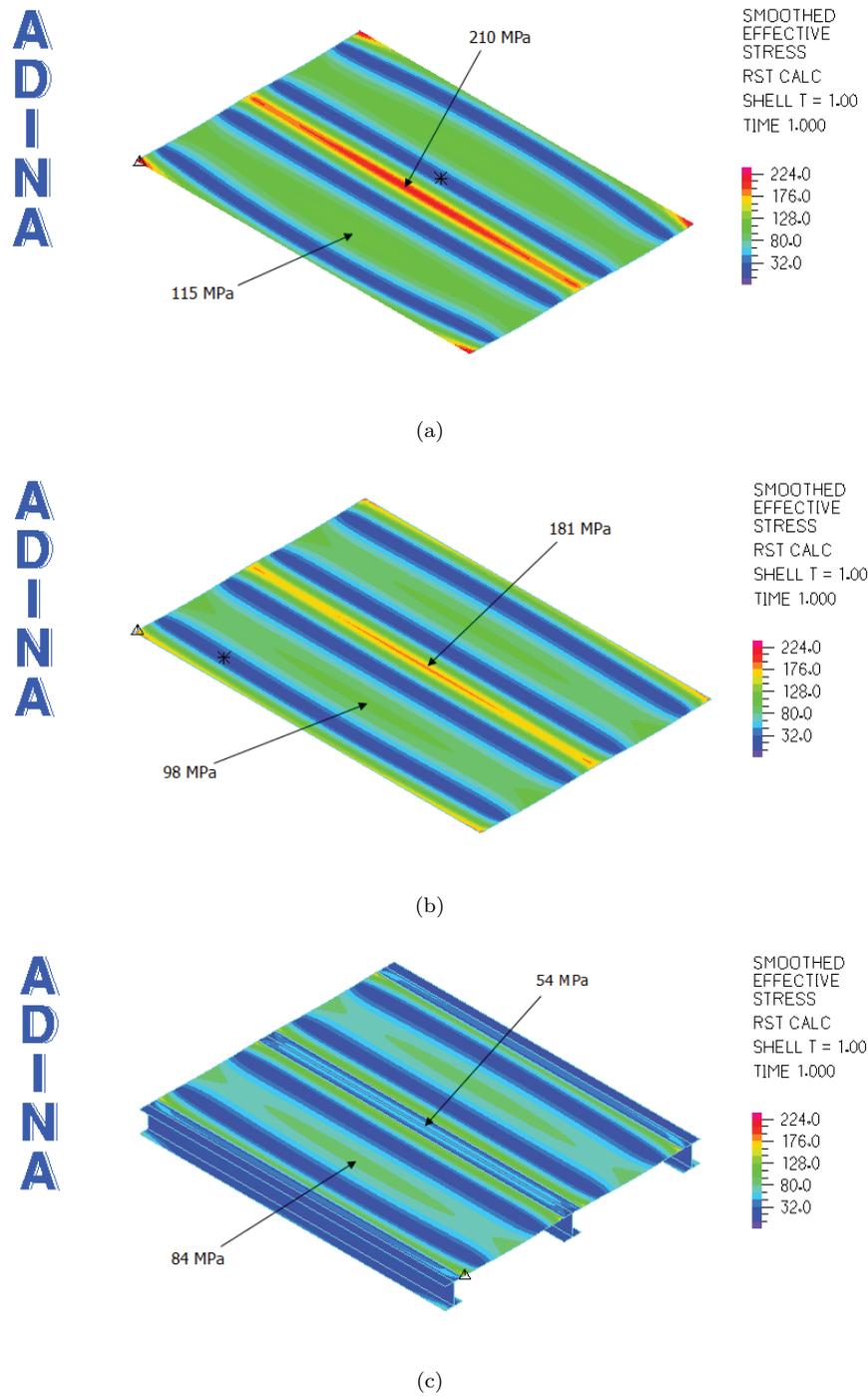


Figura 6: Esfuerzos efectivos para el problema de placas soldadas a estructura de vigas según modelación con elementos finitos tipo *shell* para las dos placas, y tipo (a) *beam* de 2 nodos sin corrección de eje neutro, (b) *beam* de 2 nodos con corrección de eje neutro mediante conexiones rígidas y (c) *shell* para las vigas.

aproximadamente la tercera parte del esfuerzo concentrado en la modelación con vigas representadas con elementos tipo *beam* con corrección de eje neutro, y la cuarta parte con respecto a la modelación restante. De la Figura 5 también es posible observar que al utilizar los elementos tipo *beam*, el esfuerzo en las placas también se eleva incluso en zonas más alejadas de la vecindad de la viga central.

Este ejemplo demuestra claramente que una modelación donde elementos tipo *beam* se acoplan con elementos tipo *shell* conlleva el potencial de producir un esfuerzo ficticio en la interfaz entre ambos tipos de elementos, lo que se puede explicar por la rigidez que el elemento *beam*, por su definición geométrica, concentra a lo largo de una línea. El efecto se asemeja a una concentración de esfuerzos debida a una singularidad geométrica. Es por lo tanto evidente que la economía de la estructura se verá innecesariamente perjudicada por el solo hecho de representar las vigas mediante elementos finitos tipo *beam*.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este artículo se han presentado las soluciones numéricas del método del elemento finito a dos problemas de mecánica estructural, donde se ha mostrado el efecto perjudicial que una modelación basada en el elemento finito tipo *beam* podría ocasionar en la economía de las estructuras. En ningún caso se pretende realizar una campaña en contra del uso del elemento *beam*, pero sí advertir sobre las consecuencias que su uso podría conllevar. Es finalmente labor del diseñador discernir cómo se realizará la modelación. Si el objetivo es diseñar una estructura segura pero económicamente atractiva, la recomendación es realizar modelaciones tridimensionales de las vigas mediante elementos finitos tipo *shell*, lo que también se puede extender a columnas. Por el contrario, si el objetivo es diseñar una estructura extremadamente conservadora, la modelación de vigas (y también de columnas) mediante elementos finitos tipo *beam* cumplirá el objetivo.

#### REFERENCIAS

- [1] R. G. Budynas and J. K. Nisbett. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. McGraw-Hill Education, New York, NY, 2014.
- [2] ADINA R & D Inc. *ADINA Theory and Modeling Guide*. Volume I: ADINA Solids & Structures. Watertown, MA, 2016.